Ovales de Descartes

manuel.luque27@gmail.com

14 juin - 11 juillet 2018

Henri Bouasse (1866-1953) est l'auteur d'une série d'ouvrages publiés sous l'intitulé "Bibliothèque scientifique de l'ingénieur et du physicien" à la librairie Delagrave à Paris entre les années 1900 et 1934. Chaque livre, et parfois deux sont nécessaires, traite d'un sujet particulier comme "Gyroscopes et projectiles"(1923), "Phénomènes liés à la symétrie"(1931), "Vision et reproduction des formes et des couleurs"(1917). Cet ensemble d'ouvrages constitue l'encyclopédie la plus complète de la physique classique qui ait jamais été publiée. Chaque livre s'ouvre sur une préface d'Henri Bouasse dans laquelle celui-ci exprime ses idées sur l'enseignement des sciences. Ses propos y sont d'une telle franchise qu'on peut dire qu'Henri Bouasse n'était pas un adepte de la langue de bois ! J'avais mis en ligne quelques extraits sur le site :

http://melusine.eu.org/syracuse/mluque/bouasse/

où vous pourrez lire l'opinion d'Henri Bouasse sur le téléphone dans le document :

http://melusine.eu.org/syracuse/mluque/bouasse/disqueBouasse.pdf

Si on regroupait toutes ces préfaces, on obtiendrait un volume d'un intérêt certain par la qualité de son écriture, la pertinence de ses remarques qui paraissent toujours très actuelles, son humour et l'acidité de ses observations.

Wikipedia donne la liste des ouvrages et le thème des préfaces :

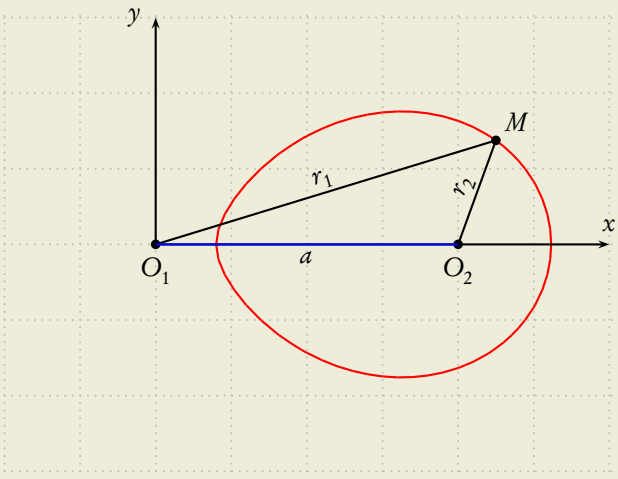
https://fr.wikipedia.org/wiki/Henri_Bouasse

Deux ouvrages sont consacrés aux mathématiques : "Cours de Mathématiques générales"(1911) et, écrit avec Émile Turrière, "Exercices et compléments de mathématiques générales"(1920). C'est de ce dernier ouvrage que j'extrais quelques exemples des exercices sur les ovales de Descartes afin de les illustrer avec PSTricks[1]. Le paragraphe §426 intitulé "Ovales de Descartes" débute ainsi (les auteurs prennent l'origine en O_1) :

« Construire les courbes d'équation bipolaire :

$$r_1 + \alpha r_2 = V$$

On supposera $\alpha > 0$: on vérifiera immédiatement que sans diminuer la généralité du problème on peut poser $\alpha > 1$. On appellera a la distance $\overline{O_1O_2}$ des pôles. Enfin on n'oubliera pas que les quantités r_1 et r_2 sont essentiellement positives.»



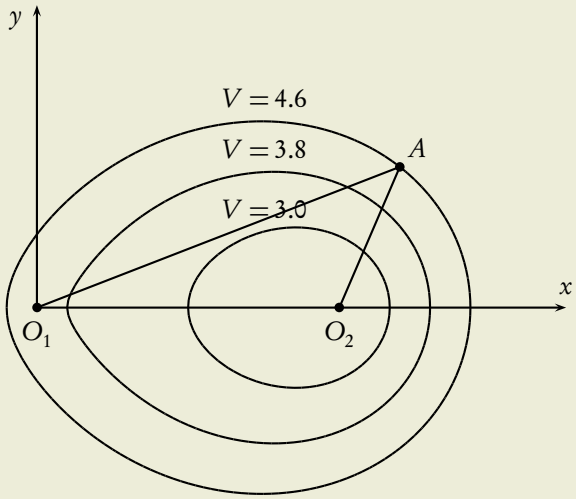
« Les pôles étant donnés, entre quelles limites V peut-il varier ?
Montrer ques courbes sont fermées et ne peuvent rencontrer la droite O_1O_2 qu'en deux points.
Construire le faisceau pour une valeur donnée de α. »

[1]Sur internet, de nombreux sites traitent des ovales de Descartes d'une manière très complète et avec de magnifiques illustrations comme :

https://www.mathcurve.com/courbes2d/descartes/descartes.shtml

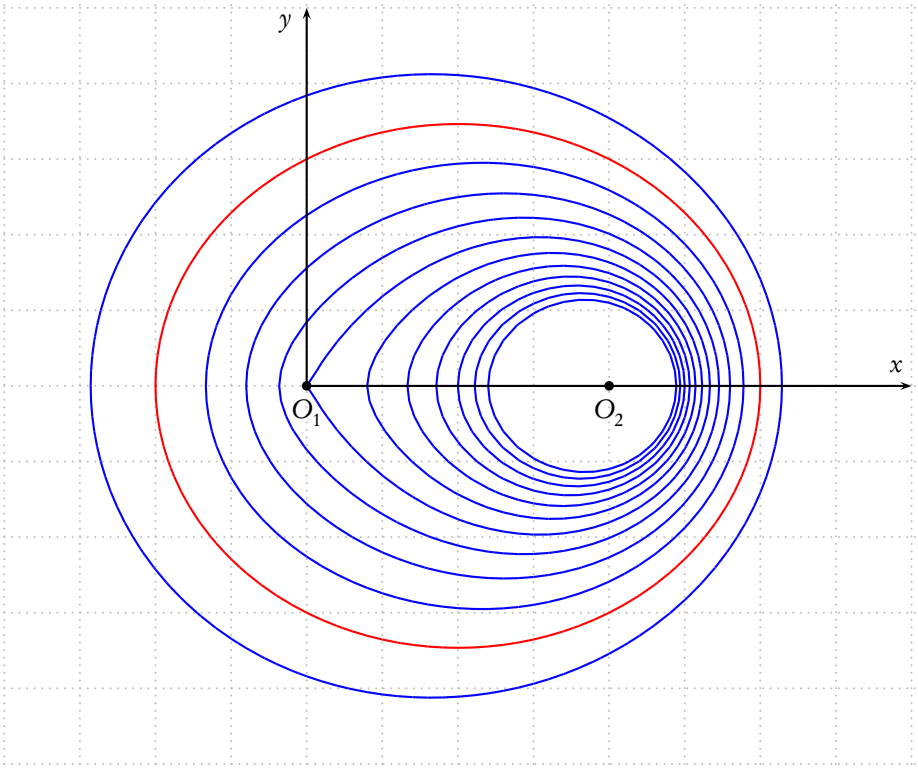
et

http://debart.pagesperso-orange.fr/geometrie/ovale.html



Ovales de Descartes pour $r_1 + 2r_2 = V$.

Cette figure est une reproduction de celle du livre.
Le faisceau suivant est obtenu en faisant varier α, pour $V = 4$



Après un paragraphe sur les “Applications des ovales de Descartes en optique”, Henri Bouasse et Émile Turrière reviennent aux ovales dans un nouveau paragraphe intitulé encore “Ovales de Descartes’, avec la définition suivante :

«

$$-r_1 + \alpha r_2 = V$$

On peut supposer encore que $\alpha \geq 1$, le signe de V restant arbitraire.

Montrer que pour toutes les valeurs de $\alpha > 1$, les courbes du faisceau ne peuvent avoir de points à l’infini. Ce sont encore des ovales, comme dans le premier cas.

Le cas $\alpha = 1$ est exceptionnel. On retrouve le faisceau d’hyperboles déjà rencontré (§ 423).

Dans le paragraphe suivant (§429) les auteurs établissent l’équation cartésienne *entière* des ovales et traitent les particuliers des limaçons de Pascal. Le paragraphe (§430) est consacré aux ovales de Cassini et le suivant(§431) aux courbes orthogonales des ovales de Cassini.

Lieu des points tels que le produit de leurs distances à deux points fixes O_1 et O_2 soit constant.
Soit $2a$ la distance $\overline{O_1O_2}$.
On trouve immédiatement pour équation des ovales :

$$r_1 r_2 = k^2, \qquad (a^2+x^2+y^2)^2 - 4a^2x^2 = k^4$$

Pour que l'origine appartienne à une courbe du faisceau, il faut évidemment poser : $k^2 = a^2$. L'équation devient :

$$(x^2+y^2)^2 = 2a^2(x^2-y^2)$$

C'est la lemniscate de Bernouilli.